

2015年 理系全学部日程 第2問

2 α は $0 < \alpha < \pi$ を満たす実数, n, k は正整数として, 次の問いに答えよ.

(1) $\sin \frac{\alpha}{2n} \sin \frac{k\alpha}{n}$ を $\cos \frac{(2k-1)\alpha}{2n}$ と $\cos \frac{(2k+1)\alpha}{2n}$ を用いて表せ.

(2) $\sum_{k=1}^n \sin \frac{k\alpha}{n}$ と極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sin \frac{\alpha}{2n}$ を求めよ.

(3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \sin \frac{k\alpha}{n}$ を求めよ.