

2016年法学部・グローバル第2問

2 数列  $\{a_n\}$  を漸化式

$$a_1 = -1, \quad a_{n+1} = a_n - 3n + \frac{1}{2^{n-1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。第  $n$  項  $a_n$  に対して、 $a_n$  を超えない最大の整数を  $b_n$ 、また  $c_n$  を  $c_n = a_n - b_n$  より定める。ここで実数  $x$  に対し  $x$  を超えない最大の整数とは、 $N \leq x < N + 1$  を満たす整数  $N$  とする。このとき次の問いに答えよ。

- (1)  $a_2, a_3, b_2, b_3$  の値をそれぞれ求めよ。
- (2) 数列  $\{a_n\}$  の一般項  $a_n$  を  $n$  を用いて表せ。
- (3)  $n \geq 3$  のとき、数列  $\{b_n\}, \{c_n\}$  の一般項をそれぞれ  $n$  を用いて表せ。
- (4) 正の整数  $n$  に対して、数列  $\{d_n\}$  を  $d_n = \sum_{k=1}^n b_k c_k$  で定める。数列  $\{d_n\}$  の第  $n$  項を  $n$  を用いて表せ。