



2014年医学部第4問

4 行列 $A = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ について、次の問に答えよ。ただし、 n は自然数とする。

(1) $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき、 $P^{-1}AP$ を求めよ。

(2) A^n を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ を漸化式 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{7a_n - 4}{5a_n - 2}$ で定める。

(i) $A^n = \begin{pmatrix} p_n & q_n \\ r_n & s_n \end{pmatrix}$ とおくと、 $A^{n+1} = AA^n$ であることと数学的帰納法を用いて $a_{n+1} = \frac{2p_n + q_n}{2r_n + s_n}$ が成り立つことを示せ。

(ii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。