

2014年理系2第5問

5 原点を O とする座標平面において、次の極方程式で表される2つの曲線を考える。

$$r = f(\theta) = 3\cos\theta, \quad r = g(\theta) = 1 + \cos\theta$$

ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。また、極座標が $(f(\theta), \theta)$ 、 $(g(\theta), \theta)$ である点をそれぞれ P 、 Q とする。

(1) 点 P は、中心が直交座標で $\left(\frac{\text{ア}}{\text{イ}}, \text{ウ}\right)$ であり、半径が $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ である円の周上を動く。

(2) 点 $P(f(\theta), \theta)$ と点 $Q(g(\theta), \theta)$ の間の距離は $\theta = \frac{\pi}{\text{カ}}$ および $\frac{\text{キ}}{\text{ク}}\pi$ のとき最小値 ケ をとり、 $\theta = \text{コ}$ のとき最大値 サ をとる。

(3) 線分 PQ の中点が原点 O となる時、点 P の直交座標は $\left(\frac{\text{シ}}{\text{スセ}}, \pm \frac{\text{ソ}}{\text{ツテ}} \sqrt{\text{タチ}}\right)$ である。