

2015年工(機シ・医工・化学)・知識工第2問


 数理  
石井

2 次の問に答えよ。

- (1) 初項  $\log_{10} 5$ , 公差  $\log_{10} 3$  の等差数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。さらに,  $a_n < 4$  をみたす最大の自然数  $n$  を求めよ。
- (2) 関数  $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$  に対し, 合成関数  $f(f(f(x)))$  を求めよ。
- (3) 定積分  $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$  の値を求めよ。

$$(1) a_n = \log_{10} 5 + (n-1) \log_{10} 3 \quad \therefore a_n = \log_{10} (5 \cdot 3^{n-1})$$

$$a_n < 4 \iff \log_{10} 5 \cdot 3^{n-1} < 4$$

$$\iff 5 \cdot 3^{n-1} < 10^4$$

$$\iff 3^{n-1} < 2000$$

$$3^6 = 729 < 2000, \quad 3^7 = 2187 > 2000 \quad \text{より、最大の } n \text{ は } \underline{n=7}$$

$$(2) f(f(x)) = \frac{2 \cdot \frac{2x-3}{x-2} - 3}{\frac{2x-3}{x-2} - 2} = x$$

$$\therefore f(f(f(x))) = f(x) = \underline{\frac{2x-3}{x-2}}$$

$$(3) t = \sqrt{1-x^2} \text{ とおくと, } dt = \frac{-2x dx}{2\sqrt{1-x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad \begin{matrix} x \parallel \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \\ t \parallel \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{1}{2} \end{matrix}$$

$$\therefore (\text{与式}) = \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{1}{2}} -dt$$

$$= \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} dt$$

$$= \left[ t \right]_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \underline{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}$$