北里大学

2014年 理学部 第3問

$\boxed{3}$ 次の文中の $\boxed{\text{ア}}$ 〜 $\boxed{\text{フ}}$ にあてはまる最も適切な数を答えなさい．

曲線 C を $y=x^2-6x+13$ とし，曲線 C の接線で点 $(p,\ 0)$ を通るものを考える．接点の x 座標を α とすると，接線の傾きは $\boxed{\text{ア}}\alpha+\boxed{\text{イ}}$，接点の座標は $(\alpha,\ \boxed{\text{ウ}}\alpha^2+\boxed{\text{エ}}\alpha+\boxed{\text{オ}}\boxed{\text{カ}})$ であるから，接線の方程式は，

$$y=(\boxed{\text{ア}}\alpha+\boxed{\text{イ}})x+\boxed{\text{キ}}\alpha^2+\boxed{\text{ク}}\alpha+\boxed{\text{ケ}}\boxed{\text{コ}}$$

と表される．この直線が点 $(p,\ 0)$ を通ることから α は次の2次方程式

$$\alpha^2+\boxed{\text{サ}}p\alpha+\boxed{\text{シ}}p+\boxed{\text{ス}}\boxed{\text{セ}}=0$$

を満たす．この方程式は2つの解を持つから接線は2本存在し，傾きが正である接線の方程式は，

$$y=\boxed{\text{ソ}}\left(p+\boxed{\text{タ}}+\sqrt{p^2+\boxed{\text{チ}}p+\boxed{\text{ツ}}\boxed{\text{テ}}}\right)(x+\boxed{\text{ト}}p)$$

と表される．
任意の x における曲線 C の y 座標と接線の y 座標の差は，両者が $x=\alpha$ で接しているので，

$$(x-\alpha)^2$$

と書ける．これを用いると，曲線 C と2本の接線で囲まれた部分の面積 S は，

$$S=\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}\left(p^2+\boxed{\text{チ}}p+\boxed{\text{ツ}}\boxed{\text{テ}}\right)^{\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}}$$

である．p を変化させるとき，S は $p=\boxed{\text{ノ}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ をとる．