



## 2015年 医学部 第1問

1  $n$  を自然数とする．右図のように，同じ大きさの正方形のマスが  $2^n$  個描かれた透明なシート  $K_n$  を使って次のゲームを行う．まず，1 から  $2^n$  までの自然数の中から無作為に一つ選ぶ試行を 2 回行い，1 回目に選ばれた自然数を  $x_1$ ，2 回目に選ばれた自然数を  $x_2$  とする ( $x_1 = x_2$  となることもある)．このとき， $K_n$  の左から  $x_1$  個目のマスに  $\circ$  を記入し，左から  $x_2$  個目のマスに  $\times$  を記入する．次に，このシートを中央の線（左右のマス数が等しくなるような縦の線）で折り畳むという操作を繰り返し行い， $\circ$  が書かれたマスと  $\times$  が書かれたマスが重なったときゲームを終了する．ゲームが  $k$  回の操作で終了したとき，得点を  $k$  とする．例えば， $n = 3$ ， $x_1 = 2$ ， $x_2 = 6$  のとき右図のようになり，得点は 2 となる．ただし， $\circ$ ， $\times$  が始めから同じマスにある場合は得点を 0 とする．以上のゲームにおいて  $k$  点を得る確率を  $p(n, k)$  とする．このとき，次の問いに答えよ．

- (1)  $p(n, 1)$  を求めよ．また， $n \geq 2$  のとき， $p(n, 2)$  を求めよ．
- (2)  $2 \leq k \leq n$  のとき， $p(n, k)$  を  $p(n-1, k-1)$  を用いて表せ．
- (3)  $1 \leq k \leq n$  のとき， $p(n, k)$  を求めよ．