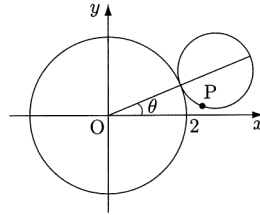




2013年教育学部（数学・技術・理科）第15問

15 原点  $O$  を中心とする半径  $2$  の円を  $A$  とする．半径  $1$  の円（以下、「動円」と呼ぶ）は，円  $A$  に外接しながら，すべることなく転がる．ただし，動円の中心は円  $A$  の中心に関し反時計回りに動く．動円上の点  $P$  の始めの位置を  $(2, 0)$  とする．動円の中心と原点を結ぶ線分が  $x$  軸の正方向となす角を  $\theta$  とし， $\theta$  を  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲で動かしたときの  $P$  の軌跡を  $C$  とする．



- (1)  $C$  を媒介変数  $\theta$  を用いて表せ．
- (2)  $P$  の  $y$  座標が  $\frac{1}{2}$  のとき， $P$  での  $C$  の接線の傾きを求めよ．
- (3)  $C$  の長さを求めよ．ただし，曲線  $x = f(\theta)$ ， $y = g(\theta)$  ( $\alpha \leq \theta \leq \beta$ ) の長さは

$$\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2} d\theta \text{ で与えられる．}$$