

2014年工学部第2問

2  $a$  を定数とし、 $e$  を自然対数の底とする。曲線  $y = xe^{-x^2}$  および直線  $y = ax$  をそれぞれ  $C$ 、 $L$  とする。 $C$  と  $L$  は原点  $(0, 0)$  以外に交点をもつ。

- (1)  $a$  の値の範囲を求めよ。また、 $C$  と  $L$  の交点でその  $x$  座標が正であるものを  $a$  を用いて表せ。
- (2)  $x \geq 0$  において  $C$  と  $L$  で囲まれた部分の面積を  $S(a)$  とするとき、 $S(a)$  を求めよ。
- (3)  $S(a) < \frac{1}{2}$  であることを示せ。