0002069180397999

愛媛大学

2015年 理学部・工学部 第1問　1枚目／2枚

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 不定積分 $\displaystyle\int x^3e^{x^2}\,dx$ を求めよ．

(2) 定積分 $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e}|\log x|\,dx$ を求めよ．

(3) 楕円 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 上の点 $(\sqrt{2},\ 1)$ における接線の方程式を求めよ．

(4) $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3$ からその整数部分を引いた値を a とするとき，$a^4+5a^3+4a^2+4a$ の値を求めよ．

(5) 実数 $a,\ b,\ c$ は $0<a<b<c$，$\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}\right)$ をみたすとする．このとき，$|b-a|<|b-c|$ が成り立つことを示せ．

(1) $\displaystyle\int x^3e^{x^2}dx=\int x^2(e^{x^2})'\cdot\frac{1}{2}dx$

$\displaystyle=\frac{x^2}{2}\cdot e^{x^2}-\int x\cdot e^{x^2}dx$

$\displaystyle=\frac{x^2}{2}\cdot e^{x^2}-\frac{1}{2}e^{x^2}+C$

$\displaystyle=\underline{\frac{1}{2}(x^2-1)e^{x^2}+C\ (C\text{は積分定数})}$ //

(2) (与式) $\displaystyle=\int_{\frac{1}{e}}^{1}-\log x\,dx+\int_{1}^{e}\log x\,dx$

$\displaystyle=\Big[-x\log x\Big]_{\frac{1}{e}}^{1}+\int_{\frac{1}{e}}^{1}dx+\Big[x\log x\Big]_{1}^{e}-\int_{1}^{e}dx$

$\displaystyle=-\frac{1}{e}+1-\frac{1}{e}+e-(e-1)$

$\displaystyle=\underline{2-\frac{2}{e}}$ //

(3) $\dfrac{\sqrt{2}x}{4}+\dfrac{1\cdot y}{2}=1$　∴ $\underline{y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+2}$ //

(4) $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3=\dfrac{1+3\sqrt{5}+15+5\sqrt{5}}{8}=\sqrt{5}+2$　$2<\sqrt{5}<3$ より，整数部分は 4　∴ $a=\sqrt{5}-2$

$a+2=\sqrt{5}$ なので　$a^2+4a+4=5$　∴ $a^2+4a-1=0$

$$
\begin{array}{r}
a^2+a+1 \\
a^2+4a-1\,\big)\,\overline{a^4+5a^3+4a^2+4a} \\
\underline{a^4+4a^3-a^2} \\
a^3+5a^2+4a \\
\underline{a^3+4a^2-a} \\
a^2+5a \\
\underline{a^2+4a-1} \\
a+1
\end{array}
$$

右の割り算より．

$a^4+5a^3+4a^2+4a=\underbrace{(a^2+4a-1)}_{=0}(a^2+a+1)+a+1=\underline{\sqrt{5}-1}$ //

2015年 理学部・工学部 第1問　2枚目／2枚

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 不定積分 $\displaystyle\int x^3e^{x^2}\,dx$ を求めよ．

(2) 定積分 $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e}|\log x|\,dx$ を求めよ．

(3) 楕円 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 上の点 $(\sqrt{2},\ 1)$ における接線の方程式を求めよ．

(4) $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^3$ からその整数部分を引いた値を a とするとき，$a^4+5a^3+4a^2+4a$ の値を求めよ．

(5) 実数 $a,\ b,\ c$ は $0<a<b<c$，$\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}\right)$ をみたすとする．このとき，$|b-a|<|b-c|$ が成り立つことを示せ．

(5) $0<a<b<c$ より，

$$
\begin{aligned}
|b-c|-|b-a| &= c-b-(b-a)\\
&= c+a-2b\\
&= c+a-2\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\right)}\\
&= c+a-\frac{4ac}{a+c}\\
&= \frac{(a+c)^2-4ac}{a+c}\\
&= \frac{(a-c)^2}{a+c}\\
&> 0 \quad (\because\ 0<a<c\ より)
\end{aligned}
$$

$\therefore\ |b-a|<|b-c|$ が成り立つ ■