



2018年 医学部 第3問

3 次の問いに答えよ.

(1)  $p, q, r, \alpha, \beta$  は複素数で,  $p \neq q, \alpha \neq 0$  とする.  $p_1, q_1, r_1$  を

$$p_1 = \alpha p + \beta, \quad q_1 = \alpha q + \beta, \quad r_1 = \alpha r + \beta$$

と定義する. 実数  $t$  は  $0 < t < 1$  を満たすとする.  $p, q, r$  が表す複素数平面上の点を, それぞれ  $P, Q, R$  とする. 点  $R$  が線分  $PQ$  を  $t : (1-t)$  に内分するとき,  $r_1$  を  $p_1, q_1, t$  を用いて表せ.

(2)  $i$  を虚数単位とし,  $h$  を実数とする. 複素数平面において, 点  $z$  が 4 点  $0, 1, 1+i, i$  を頂点とする四角形の周を動くとき,

$$w = (-2 + 2i)z + hi$$

が表す点の描く線で囲まれた図形を  $D_h$  とする.

(i)  $-2 + 2i$  の絶対値と偏角を求めよ. ただし, 偏角は  $0$  以上  $2\pi$  未満とする.

(ii)  $D_0$  の概形を描け.

(iii) 複素数平面における図形  $A$  を

$$A = \{x + yi \mid x, y \text{ は実数}, -5 \leq x \leq 5, 4 \leq y \leq 6\}$$

と定義し,  $A$  と  $D_h$  の共通部分の面積を  $S(h)$  とする. ただし, 共通部分がない場合や, 共通部分が線分や点の場合は,  $S(h) = 0$  とする.  $S(h)$  の最大値とそのときの  $h$  の値を求めよ.