



2018年 医学部 第4問

4  $x > 0$  の範囲で関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos t - x \sin t| dt$$

と定義する. また,  $x > 0$  の範囲で関数  $g(x)$  は

$$\frac{\pi}{2} < g(x) < \pi, \quad \cos g(x) = -\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, \quad \sin g(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

を満たすとする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1)  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $x > 0$  のとき, 関係式

$$\cos t - x \sin t = \sqrt{1+x^2} \sin(t+g(x))$$

が成り立つことを示せ.

(2) すべての  $x > 0$  に対して  $f(x)$  は

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} \int_{g(x)}^{\frac{\pi}{2}+g(x)} |\sin s| ds$$

と表せることを示せ.

(3)  $f(x) = 2\sqrt{1+x^2} - 1 - x$  ( $x > 0$ ) を示せ.

(4) 関数  $f(x)$  ( $x > 0$ ) の最小値とそのときの  $x$  の値を求めよ.