



2018年教育（中等教育自然科学系）第4問

4 袋に赤玉が4個入っている。AさんとBさんは、次の手順1から手順3までを1回の操作とし、この操作を反復する。ただし、Bさんの手元には白玉と赤玉がたくさんあるとする。

- 手順1 Aさんは袋から無作為に玉を1個取り出し、玉の色を確認せずに、Bさんにその玉をわたす。
手順2 Bさんは、Aさんから受け取った玉が白玉ならば赤玉に、赤玉ならば白玉に取り換えて袋にもどす。
手順3 Bさんは袋の中を確認し、すべての玉が同じ色ならば終了を宣言し、すべての操作を終了する。すべての玉の色が同じでなければ、手順1にもどる。

自然数 n に対して、操作が n 回行われ、かつ n 回目の操作後に袋の中の白玉の数が1個、2個、3個である確率をそれぞれ p_n , q_n , r_n とする。次の問いに答えよ。

- (1) p_1 , q_1 , r_1 および p_2 , q_2 , r_2 を求めよ。
- (2) p_{n+1} , q_{n+1} , r_{n+1} を p_n , q_n , r_n を用いて表せ。
- (3) ちょうど n 回目の操作で終了する確率 s_n を求めよ。