



2018年 理学部・工学部 第4問

4 次の問いに答えよ.

(1) p, q, r, α, β は複素数で, $p \neq q, \alpha \neq 0$ とする. p_1, q_1, r_1 を

$$p_1 = \alpha p + \beta, \quad q_1 = \alpha q + \beta, \quad r_1 = \alpha r + \beta$$

と定義する. 実数 t は $0 < t < 1$ を満たすとする. p, q, r が表す複素数平面上の点を, それぞれ P, Q, R とする. 点 R が線分 PQ を $t : (1-t)$ に内分するとき, r_1 を p_1, q_1, t を用いて表せ.

(2) i を虚数単位とし, h を実数とする. 複素数平面において, 点 z が 4 点 $0, 1, 1+i, i$ を頂点とする四角形の周を動くとき,

$$w = (-2 + 2i)z + hi$$

が表す点の描く線で囲まれた図形を D_h とする.

(i) $-2 + 2i$ の絶対値と偏角を求めよ. ただし, 偏角は 0 以上 2π 未満とする.

(ii) D_0 の概形を描け.

(iii) 複素数平面における図形 A を

$$A = \{x + yi \mid x, y \text{ は実数}, -5 \leq x \leq 5, 4 \leq y \leq 6\}$$

と定義し, A と D_h の共通部分の面積を $S(h)$ とする. ただし, 共通部分がない場合や, 共通部分が線分や点の場合は, $S(h) = 0$ とする. $S(h)$ の最大値とそのときの h の値を求めよ.