防衛医科大学校

2013 年 医学部 第 4 問

$\boxed{4}$ $X_1=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$，$X_2=\begin{pmatrix}6 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix}$，

$$X_n=\begin{pmatrix}\frac{9}{4} & \frac{3}{2}\\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}X_{n-1}-\begin{pmatrix}\frac{5}{4} & \frac{3}{2}\\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}X_{n-2}+\begin{pmatrix}\frac{1}{4} & \frac{3}{2}\\ -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2}\end{pmatrix}$$
$(n=3,\ 4,\ 5,\ \cdots)$

で定義される 2 次の正方行列の列がある．このとき，以下の問に答えよ．

(1) $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix}\frac{5}{4} & \frac{3}{2}\\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$，$P=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 1\end{pmatrix}$とする．$C=P^{-1}(kA+lB)P$ を満たす実数 k と l を求めよ．

(2) $C+C^2+\cdots+C^n=\begin{pmatrix}\alpha_n & \beta_n\\ \gamma_n & \delta_n\end{pmatrix}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とする．このとき，極限値 $\lim\limits_{n\to\infty}\alpha_n$，$\lim\limits_{n\to\infty}\beta_n$，$\lim\limits_{n\to\infty}\gamma_n$，$\lim\limits_{n\to\infty}\delta_n$ を求めよ．

(3) $X_n=\begin{pmatrix}a_n & b_n\\ c_n & d_n\end{pmatrix}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ としたとき，極限値 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$，$\lim\limits_{n\to\infty}b_n$，$\lim\limits_{n\to\infty}c_n$，$\lim\limits_{n\to\infty}d_n$ が存在するかどうかを考察し，存在する場合はその値を求めよ．