

2014年 医学部 第4問

4 $y = f(x) = \tan x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}, -\infty < y < \infty \right)$ の逆関数を $y = f^{-1}(x) = \tan^{-1} x \left(-\infty < x < \infty, -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2} \right)$ とする。このとき、以下の問に答えよ。

(1) 次の問に答えよ。

(i) $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3}$ はいくらか。(ii) $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \tan^{-1} \frac{1}{4} + \tan^{-1} \frac{1}{x}$ を満たす実数 x を求めよ。

(2) 次の問に答えよ。

(i) $y = f^{-1}(x)$ のグラフの概形を描け。(ii) (i) のグラフの点 $\left(1, \frac{\pi}{4} \right)$ における接線を求めよ。(iii) 導関数 $(\tan^{-1} x)'$ を求めよ。(3) 不定積分 $\int \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$ を求めよ。