愛媛大学

2014 年 医学部 第 3 問

$\boxed{3}$ a，b は，$0 < b < a$ を満たす実数とする．曲線 $y = e^x$ 上の点 $(0,\ 1)$ における接線 ℓ_1 の方程式を $y = f(x)$，点 $(a,\ e^a)$ における接線 ℓ_2 の方程式を $y = g(x)$ とおく．また，ℓ_1 と ℓ_2 の交点の x 座標を $p(a)$ とする．連立不等式

$$0 \leqq x \leqq b, \quad f(x) \leqq y \leqq e^x$$

の表す領域の面積を S_1，連立不等式

$$b \leqq x \leqq a, \quad g(x) \leqq y \leqq e^x$$

の表す領域の面積を S_2 とし，$R = e^{-b}S_2$ とおく．このとき，次の問いに答えよ．必要ならば，すべての自然数 k に対して $\displaystyle\lim_{x \to \infty} x^k e^{-x} = 0$ が成り立つことを用いてよい．

(1) $p(a)$ を求めよ．

(2) S_1 と S_2 を求めよ．

(3) $t = a - b$ とする．R を t のみの関数として表せ．

(4) 極限値 $\displaystyle\lim_{a \to \infty}(a - p(a))$ を求めよ．

(5) $b = p(a)$ とする．このとき，極限値 $\displaystyle\lim_{a \to \infty} \frac{S_2}{S_1}$ を求めよ．