



2012年 理学部・工学部 第3問

3 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_n = [\sqrt{n-1}] \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。ただし、 $[x]$ は  $x$  を超えない最大の整数を表す。また、自然数  $n$  に対して

$$S(n) = \sum_{k=1}^{n^2} a_k$$

とおく。

- (1)  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  の値を求めよ。
- (2)  $a_n = 5$  となる  $n$  はいくつあるか。
- (3)  $S(n)$  を求めよ。
- (4) 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S(n)}{n^3}$  を求めよ。