



2018年教育（中等教育自然科学系）第3問

3 四面体 OABC は、

$$OA = OC = 1, \quad OB = 2, \quad \angle AOB = \angle BOC = \angle AOC = 60^\circ$$

を満たすとする。

$0 < s < 1$ ,  $0 < t < 1$  を満たす実数  $s$ ,  $t$  に対し、辺 OC を  $s : (1 - s)$  に内分する点を P, 辺 AB を  $t : (1 - t)$  に内分する点を Q とする。  $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$ ,  $\vec{c} = \vec{OC}$  とおく。次の問いに答えよ。

- (1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{c}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{c}$  を求めよ。
- (2)  $\vec{PQ}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $s$ ,  $t$  を用いて表せ。
- (3) 2つのベクトル  $\vec{PQ}$ ,  $\vec{OC}$  が直交するとき、 $s$  を  $t$  を用いて表せ。
- (4) 三角形 OQC の面積の最小値とそのときの  $t$  の値を求めよ。