



2016年 理学部・工学部 第3問

3 $f(x) = \frac{x}{2}$, $g(x) = x$, $h(x) = \frac{x+1}{2}$ とおく. $x_0 = 1$ とし, 2枚の硬貨を繰り返して投げ, n 回目の事象により x_n を次のように定める.

$$x_n = \begin{cases} f(x_{n-1}) & (2 \text{ 枚とも表のとき}) \\ g(x_{n-1}) & (1 \text{ 枚が表, } 1 \text{ 枚が裏のとき}) \\ h(x_{n-1}) & (2 \text{ 枚とも裏のとき}) \end{cases}$$

また, p_n, q_n, r_n をそれぞれ $0 < x_n \leq \frac{1}{3}$ である確率, $\frac{1}{3} < x_n \leq \frac{2}{3}$ である確率, $\frac{2}{3} < x_n \leq 1$ である確率とする.

- (1) すべての自然数 n に対して $0 < x_n \leq 1$ を示せ.
- (2) p_1, q_1, r_1 を求めよ.
- (3) p_n, q_n, r_n を $p_{n-1}, q_{n-1}, r_{n-1}$ を用いて表せ.
- (4) $p_n - r_n$ を求めよ.
- (5) p_n を求めよ.