



2018年教育（中等教育自然科学系）第4問

4 袋に赤玉が4個入っている。AさんとBさんは、次の手順1から手順3までを1回の操作とし、この操作を反復する。ただし、Bさんの手元には白玉と赤玉がたくさんあるとする。

手順1 Aさんは袋から無作為に玉を1個取り出し、玉の色を確認せずに、Bさんにその玉をわたす。

手順2 Bさんは、Aさんから受け取った玉が白玉ならば赤玉に、赤玉ならば白玉に取り換えて袋にもどす。

手順3 Bさんは袋の中を確認し、すべての玉が同じ色ならば終了を宣言し、すべての操作を終了する。すべての玉の色が同じでなければ、手順1にもどる。

自然数  $n$  に対して、操作が  $n$  回行われ、かつ  $n$  回目の操作後に袋の中の白玉の数が1個、2個、3個である確率をそれぞれ  $p_n$ ,  $q_n$ ,  $r_n$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $p_1$ ,  $q_1$ ,  $r_1$  および  $p_2$ ,  $q_2$ ,  $r_2$  を求めよ。
- (2)  $p_{n+1}$ ,  $q_{n+1}$ ,  $r_{n+1}$  を  $p_n$ ,  $q_n$ ,  $r_n$  を用いて表せ。
- (3) ちょうど  $n$  回目の操作で終了する確率  $s_n$  を求めよ。