



2010年医学部第6問

6 2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は、すべての自然数 n について

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{1 - b_n^2}, \quad b_{n+1} = a_{n+1}b_n$$

をみたしているとする。

(1) 初項が $a_1 = b_1 = \frac{1}{2}$ であるとする。

(i) a_2, b_2, a_3, b_3 を求めよ。

(ii) a_n, b_n を表す n の式を推定し、それらの推定が正しいことを数学的帰納法によって証明せよ。

(2) 初項が $a_1 = \frac{1}{2010}, b_1 = \frac{2009}{2010}$ であるとする。

(i) $a_{n+1} + b_{n+1}$ を a_n, b_n で表せ。

(ii) $a_n + b_n$ を求めよ。