

2010年都市教養（理系）第3問

3 同一平面上にない4点  $O, A, B, C$  に対して、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とおく. 点  $A, B, C$  を含む平面上に点  $D$  をとる. このとき、以下の問いに答えなさい.

(1)  $\overrightarrow{OD} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$  と表すとき、実数  $x, y, z$  が満たすべき条件を求めなさい.

(2) 4点  $A, B, C, D$  は四角形  $ABCD$  をなし、次の条件

$$\vec{a} \perp \vec{b}, \vec{b} \perp \vec{c}, \vec{c} \perp \vec{a},$$

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1, \quad |\overrightarrow{OD}| = \sqrt{\frac{17}{2}}$$

を満たすとする. その辺  $AB, BC, CD, DA$  の中点をそれぞれ  $P, Q, R, S$  とし、四角形  $PQRS$  が長方形をなすとする. ただし、四角形  $PQRS$  は四角形  $ABCD$  に含まれるものとする. このとき、 $x, y, z$  の値を求めなさい.