

2011年医(医)・理(数理・物理・地環)・工・歯第5問

5 次の行列  $A$  を考える.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

次の各問いに答えよ.

(1)  $2 \times 2$  行列  $X$  に対して,  $E - X$  が逆行列を持つとき

$$E + X + X^2 + \cdots + X^n = (E - X^{n+1})(E - X)^{-1}$$

が成立することを示せ. ただし,  $E$  は  $2 \times 2$  の単位行列である.

(2)  $A^2$  と  $A^3$  を計算せよ. さらに  $A^{100}$  と  $A^{101}$  を計算せよ.

(3)  $E + A + A^2 + \cdots + A^{100}$  を計算せよ.