

2013年 医学部 第4問

$$\boxed{4} \quad X_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad X_2 = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$X_n = \begin{pmatrix} \frac{9}{4} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} X_{n-1} - \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} X_{n-2} + \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \\ (n = 3, 4, 5, \dots)$$

で定義される2次の正方行列の列がある。このとき、以下の問に答えよ。

$$(1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{とする。} \quad C = P^{-1}(kA+lB)P$$

を満たす実数 k と l を求めよ。

$$(2) \quad C + C^2 + \dots + C^n = \begin{pmatrix} \alpha_n & \beta_n \\ \gamma_n & \delta_n \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \text{とする。このとき、極限值 } \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n, \lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n, \lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_n,$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n$ を求めよ。

$$(3) \quad X_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \text{としたとき、極限值 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n, \lim_{n \rightarrow \infty} c_n, \lim_{n \rightarrow \infty} d_n \text{ が存在する}$$

かどうかを考察し、存在する場合はその値を求めよ。