

2012年医学部第1問

1 関数 $f(x) = 1 + \sin x + \sin^2 x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) を考える。以下の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ の増減表を作成し、極値を求めよ。

(2) $x = \frac{5}{12}\pi$ のとき、和 $\sin x + \cos x$ と積 $\sin x \cos x$ の値をそれぞれ求めよ。

(3) 次の不等式 (i), (ii) がそれぞれ成り立つことを証明せよ。また、等号がいつ成立するか。それぞれ調べよ。

(i) $f(x) \geq \sin x(1 + \sqrt{2} + \cos x)$ ($0 \leq x \leq \pi$)

(ii) $(\sin x + \cos x) \left(\frac{7}{4} - \sin x \cos x \right) \leq \left(\frac{3}{2} \right)^{\frac{3}{2}}$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$)