



2013年 第2問

2 xy 平面上に 2 曲線

$$C_1: y = 2x\sqrt{1-x^2}, \quad C_2: y = \sqrt{1-x^2}$$

がある. C_1, C_2 上に 2 点 $P_1(t, 2t\sqrt{1-t^2}), P_2(t, \sqrt{1-t^2})$ ($-1 < t < 1$) をとり, P_1 における C_1 の接線 l_t と, P_2 における C_2 の接線 m_t について考える. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) C_1 および C_2 の概形を同じ xy 平面上に描け. ただし, 曲線の凹凸と変曲点は調べなくてよい. また, P_1 と P_2 が一致するときの t の値を求めよ.
- (2) 2 直線 l_t と m_t が平行になるときの t がみたすべき条件を, t についての 2 次方程式で表し, その解 α, β ($\alpha < \beta$) を求めよ.
- (3) l_t と m_t が交点をもつとき, その交点の y 座標を y_t とする.
 - (i) y_t を t を用いて表せ.
 - (ii) $y_t > 0$ となる t の値の範囲を (2) で求めた α, β を用いて表し, この範囲における y_t の最小値を求めよ.