



2014年教育（理系）第4問

4 座標平面において、 $C: y = e^{-x}$  ( $x > 0$ ) 上の点  $(a, e^{-a})$  の接線を  $L$  とおき、 $L$  と  $x$  軸との交点を  $A$ 、 $L$  と  $y$  軸との交点を  $B$ 、原点を  $O$  とする。三角形  $OAB$  の面積を  $S_1$  とし、 $y$  軸、 $L$ 、 $C$  で囲まれる図形の面積を  $S_2$  とおく。

- (1)  $S_1$ 、 $S_2$  をそれぞれ求めよ。
- (2)  $a > 0$  のとき、 $(a-1)e^a + 1 > 0$  であることを示せ。
- (3)  $\frac{S_2}{S_1}$  を  $a$  の関数とみたとき、区間  $(0, \infty)$  で単調に増加することを示せ。