安田女子大学

2014年 薬学部（A日程）第4問

数理 石井K

4 k を正の定数とする．$f(x)=2x^3-12kx^2+18k^2x$ とするとき，以下の問いに答えよ．

(1) 関数 $f(x)$ の極大値および極小値を求めよ．

(2) 関数 $f(x)$ が極大となるグラフ上の点を通り，x 軸と平行な直線が再びこのグラフと交わる点の座標を求めよ．

(3) 区間 $0 \leqq x \leqq 8$ における $f(x)$ の最大値を求めよ．

(1) $f'(x)=6x^2-24kx+18k^2$

$=6(x^2-4kx+3k^2)$

$=6(x-3k)(x-k)$

x	$\cdots$	k	$\cdots$	$3k$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$8k^3$	$\searrow$	0	$\nearrow$
		極大		極小	

∴右の増減表より，$\begin{cases} \text{極大値 } 8k^3 \ (x=k \text{ のとき}) \\ \text{極小値 } 0 \ (x=3k \text{ のとき}) \end{cases}$ //

(2) $y=f(x)$ と $y=8k^3$ の交点は，

$2x^3-12kx^2+18k^2x-8k^3=0$

∴ $2(x-k)^2(x-4k)=0$

∴ $(4k,\ 8k^3)$ //

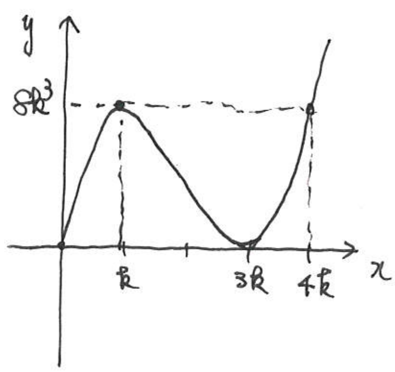
解と係数の関係で
2つの解は $x=k$（重解）と分かっているから，
$k+k+\alpha=6k$ として $\alpha=4k$ でもよい

(3) (i) $4k \geqq 8$ かつ $k \leqq 8$ すなわち，$2 \leqq k \leqq 8$ のとき，

(1)より，最大値は $8k^3$

(ii) $0<k<2$，$k>8$ のとき

最大値は $f(8)$



(i)，(ii)より

$k>8$，$0<k<2$ のときは 最大値 $144k^2-768k+1024$

$2 \leqq k \leqq 8$ のときは 最大値 $8k^3$ //