

2013年 生命環境（環境・情報）第4問

4  $a, b, c$ は0でない実数とする。行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$  について、以下の問いに答えよ。

(1)  $BAB$ は対角行列、かつ、 $B^2$ は単位行列とするとき、 $B = \begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}$ の成分はすべて実数であることを示せ。

(2)  $a = \frac{5}{8}$ ,  $b = -\frac{1}{2}$ ,  $c = \frac{1}{3}$  とする。自然数  $n$  に対して  $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  とする。このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$  かつ  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$  を示せ。