

2011年 第4問

4 平面内に三角形 ABC がある。その平面上で、1 点 O を定めておく。次の問いに答えよ。

(1) 三角形 ABC の内部に点 P があるとする。このとき、3 つの三角形 PBC, PCA, PAB の面積の比が $x : y : z$ であるならば、点 P の位置ベクトル \vec{OP} は次のように表されることを示せ。

$$\vec{OP} = \frac{x\vec{OA} + y\vec{OB} + z\vec{OC}}{x + y + z}$$

(2) 三角形 ABC の 3 辺の長さを $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$ とする。このとき三角形 ABC の内心 I について、その位置ベクトル \vec{OI} を、 \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} と a , b , c を用いて表せ。

(3) 三角形 ABC が鋭角三角形であるとき、その外心 Q の位置ベクトル \vec{OQ} を、 \vec{OA} , \vec{OB} , \vec{OC} と $\alpha = \angle CAB$, $\beta = \angle ABC$ を用いて表せ。