尾道市立大学

2013年 経済情報 第2問

数理 石井K

2 △ABCにおいて

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sin A} = \frac{2\sqrt{2}}{\sin B} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sin C}$$

が成り立っているとする．このとき，それぞれ次の問いに答えなさい．

(1) $\cos A$ の値を求めなさい．

(2) △ABCの面積が $2\sqrt{3}-2$ であるとき，a の値を求めなさい．

(3) C の値を求めなさい．

(1) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin A} = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sin B} = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sin C} = k$ とおくと，$(k>0)$

$\sin A = \dfrac{2\sqrt{3}}{k}$, $\sin B = \dfrac{2\sqrt{2}}{k}$, $\sin C = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{k}$ …①

正弦定理より，

$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$ （Rは外接円の半径）

①を代入して，$a = \dfrac{2R}{k}\cdot 2\sqrt{3}$, $b = \dfrac{2R}{k}\cdot 2\sqrt{2}$, $c = \dfrac{2R}{k}\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{6})$ …②

∴ 余弦定理より，

$$\cos A = \frac{(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{2}+\sqrt{6})^2-(2\sqrt{3})^2}{2\cdot 2\sqrt{2}\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{6})} = \underline{\frac{1}{2}}\ //$$

(2) (1)より，$A = 60^\circ$

∴ $\triangle ABC = \dfrac{1}{2}bc\cdot\sin 60^\circ$ と②より，$\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2R}{k}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\dfrac{2R}{k}\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{6})\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}-2$

∴ $\left(\dfrac{2R}{k}\right)^2 = \dfrac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-1)^2$　　$\dfrac{2R}{k} > 0$ より，$\dfrac{2R}{k} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt[4]{3}}$

②に代入して，$a = \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt[4]{3}}\cdot 2\sqrt{3} = \underline{2\sqrt[4]{3}(\sqrt{3}-1)}\ //$

(3) (1)と同様にして，

$\cos B = \dfrac{(2\sqrt{3})^2+(\sqrt{2}+\sqrt{6})^2-(2\sqrt{2})^2}{2\cdot 2\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{6})} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　∴ $B = 45^\circ$

∴ $C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = \underline{75^\circ}\ //$