

2011年第4問

4 行列  $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  に対して,  $N = A - kE$  とおく. ただし,  $k$  は実数の定数である.

このとき, 次の各問に答えよ.

- (1)  $N^2 = O$  となるように,  $k$  の値を定めよ. ただし,  $O$  は零行列である.
- (2)  $n$  を正の整数として,  $A^n$  を求めよ.
- (3) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  が

$$a_1 = b_1 = 1, \quad a_{n+1} = -a_n - 4b_n, \quad b_{n+1} = 4a_n + 7b_n$$

で与えられるとき, 一般項  $a_n$ ,  $b_n$  をそれぞれ  $n$  を用いて表せ.