



2015年 医学部 第1問

1  $a, b$  は定数であり,  $0 < a < b$  とする. 定積分

$$I = \int_0^1 a^{1-t} b^t dt$$

について, 次の問に答えよ.

- (1)  $I$  を求めよ.
- (2)  $0 \leq t \leq 1$  のとき,

$$a^{1-t} b^t + a^t b^{1-t} \geq 2\sqrt{ab}$$

であることを示せ. また,  $I > \sqrt{ab}$  を示せ.

- (3)  $0 < t < 1$  とする.  $x > 1$  のとき, 次の不等式が成り立つことを証明せよ.

$$x^t < 1 + t(x - 1)$$

- (4) (3) の不等式を利用して,  $I < \frac{a+b}{2}$  を示せ.