

2011年都市教養（文系）第4問

4 数列  $\{a_n\}$  が次の式によって与えられているとする.

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right)$$

このとき、以下の問いに答えなさい.

- (1)  $n = 1, 2, 3, 4$  に対して、それぞれ  $2(n+1)a_n$  の値を求めなさい.
- (2)  $a_n$  の一般項を推定し、推定した式がすべての自然数  $n$  に対して正しいことを数学的帰納法を用いて証明しなさい.
- (3)  $a_n > \frac{1}{2} + \frac{100}{n^2}$  をみたす最小の  $n$  を求めなさい.