

2014年 政治経済学部 第1問

1 次の空欄にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

 $\{a_n\}$ を、初項1、公差 d の等差数列とし、

$$P_n = r^{a_1} \cdot r^{a_2} \cdot \dots \cdot r^{a_n}$$

と定義する。ただし、 r は $r > 1$ を満たす定数である。 P_n が $P_3 = P_9$ を満たしているならば、公差 $d = \boxed{\text{ア}}$ である。このとき、 P_n は、 $n = \boxed{\text{イ}}$ のとき、最大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとる。また、 $P_n < 1$ となる最小の n は、 $n = \boxed{\text{エ}}$ である。

$$P_3 = r^{a_1} \cdot r^{a_2} \cdot r^{a_3} = r^{a_1+a_2+a_3}$$

$$P_9 = r^{a_1} \cdot r^{a_2} \cdot r^{a_3} \cdot \dots \cdot r^{a_9} = r^{a_1+a_2+a_3+\dots+a_9}$$

$$\therefore P_3 = P_9 \text{ より、 } a_4 + a_5 + \dots + a_9 = 0$$

$$\therefore a_n = 1 + (n-1)d \text{ より}$$

$$\begin{aligned} a_4 + a_5 + \dots + a_9 &= 1 + 3d + 1 + 4d + 1 + 5d + 1 + 6d + 1 + 7d + 1 + 8d \\ &= 33d + 6 \end{aligned}$$

$$\therefore 33d + 6 = 0 \quad \therefore \underline{\underline{d = -\frac{2}{11}}}$$

$$\therefore a_1 > a_2 > a_3 > a_4 > a_5 > a_6 > 0 > a_7 > a_8 > \dots \text{ より}$$

 P_n は $\underline{\underline{n=6}}$ のとき、最大値をとる、

$$P_6 = r^1 \cdot r^{\frac{9}{11}} \cdot r^{\frac{7}{11}} \cdot r^{\frac{5}{11}} \cdot r^{\frac{3}{11}} \cdot r^{\frac{1}{11}} = \underline{\underline{r^{\frac{36}{11}}}}$$

 また、 $P_{12} = 1$ より、

$$P_n < 1 \text{ となる } \underline{\underline{\text{最小の } n = 13}}$$