

2011年医学部第2問

2 行列  $A$  と  $E$  を

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とする。以下の問いに答えよ。

(1) 行列  $(E - A)^{-1}$  を求めよ。(2) 零ベクトルでないベクトル  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  に対して

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

とおくとき、

$$\sqrt{X^2 + Y^2} = r\sqrt{x^2 + y^2}$$

をみたす  $r$  を求めよ。(3) ベクトル  $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$  が与えられたとき、ベクトル  $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$  を次のように定める。

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  と  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$  を求めよ。