愛知県立大学

2013年 第2問

$\boxed{2}$ 座標平面上で，原点Oを始点とし第1象限の点Aを通る半直線OAと x 軸の正の向きとのなす角を θ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ とする．点Bは x 軸上にあり，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = b$，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = a$ とする．原点Oから直線ABに下ろした垂線と直線ABとの交点をPとする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=t\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ とおく．$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=t\overrightarrow{\mathrm{OB}}+(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ であることを示し，t を a，b，θ で表せ．

(2) θ を固定し $b=1$ とする．点Pが線分AB上に存在するような a の値の範囲を求めよ．

(3) (2)において，△OABの面積の最大値を求めよ．

(4) (2)において，$\theta=\dfrac{\pi}{3}$ とする．面積が最大となる△OABは直角三角形であることを示せ．