



2018年医学部第4問

4  $x > -1$  で定義された関数  $f(x)$  は、等式

$$(x+1)f(x) = \int_0^x f(t) dt + 2\log(x+1) + x - 2$$

を満たす。以下の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

(1) ①  $f(x)$  を求めよ。

② 方程式  $f(x) = 0$  は、开区間  $(0, e)$  に実数解をただ1つもつことを示せ。

(2)  $h(x) = f(x) + \frac{2}{x+1}$  とおき、 $h(x)$  の逆関数を  $g(x)$  とする。

①  $g(x)$  を求めよ。

② 自然数  $n$  に対して、

$$P(n) = g\left(\frac{1}{n}\right) \cdot \frac{n^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} x \sin nx dx$$

とおくとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} |P(n)|$  を求めよ。