福井大学

2015年第2問

$\boxed{2}$ 1からnまでの番号が1つずつ書かれているn個の球が，袋の中に入っている．この袋の中から3個の球を同時に取り出す．このとき，以下の問いに答えよ．ただし，$n \geqq 3$とする．

(1) $n=5$のとき，球に書かれている3つの数のうち，2つだけが連続している確率を求めよ．

(2) 球に書かれている3つの数のうち，2つだけが連続している確率$p(n)$を求めよ．

(3) 球に書かれている3つの数のうち，どの2つも連続していない確率$q(n)$を求めよ．

(4) $p(n)$の最大値と，そのときのnの値を求めよ．

(1) すべての取り出し方は．${}_5C_3 = 10$通りで，そのうち2つの数だけが連続しているものは．

$\{1,2,4\}$, $\{1,2,5\}$, $\{2,3,5\}$, $\{1,3,4\}$, $\{1,4,5\}$, $\{2,4,5\}$ の6通り

$\therefore \dfrac{6}{10} = \underline{\dfrac{3}{5}}$ //

$n \geqq 4$のとき．

(2) 連続しているのが1と2のとき …残りの数字の選び方は $n-3$ 通り

〃 $n-1$とn 〃 … 〃 $n-3$ 通り．

連続しているのが，kと$k+1$のとき．$(2 \leqq k \leqq n-2)$，残りの数字の選び方は $n-4$通り

$\therefore P(n) = \dfrac{2(n-3)+(n-3)\cdot(n-4)}{{}_nC_3}$ $(n \geqq 4)$

$= \underline{\dfrac{6(n-3)}{n(n-1)}}$ // これは $n=3$のとき．$P(3)=0$ となるので，$n=3$のときも成り立つ．

(3) 3つの数字がすべて連続するのは．$n-2$通りあるから．(2)を用いて．余事象より．

$q(n) = 1 - \dfrac{6(n-3)}{n(n-1)} - \dfrac{n-2}{{}_nC_3}$

$= \underline{\dfrac{(n-3)(n-4)}{n(n-1)}}$ //

(4) $P(n+1) - P(n) = \dfrac{6(n-2)}{n(n+1)} - \dfrac{6(n-3)}{n(n-1)}$

$= \dfrac{6(5-n)}{n(n+1)(n-1)}$

$\therefore n \geqq 3$より．$P(n+1) \geqq P(n)$ となるのは．$5-n \geqq 0$ すなわち $n \leqq 5$のとき．(等号は $n=5$のときのみ成立)

よって．$P(3) < P(4) < P(5) = P(6) > P(7) > \cdots$ $\therefore$ $\underline{P(n)\text{の最大値は．}\dfrac{3}{5}\ (n=5,6\text{のとき})}$ //