



2018年 医学部 第2問

2 実数から実数への関数  $f(x)$  は、次の2つの条件を満たす。

- 任意の実数  $x, y$  に対して、 $|f(x) - f(y)| = |x - y|$
- $x$  が整数のとき、 $f(x)$  も整数

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  はどの値も固定しない、すなわち、任意の実数  $x$  に対して  $f(x)$  は  $x$  と異なるとき、 $f(x) = x + n$  ( $n$  は 0 以外の整数) となることを示せ。
- (2)  $f(x)$  が 1 点  $x_0$  のみを固定するとき、すなわち、ただ 1 つの実数  $x_0$  に対して  $f(x_0) = x_0$  となるとき、 $x_0$  を  $f(0)$  を用いて表せ。
- (3)  $f(x)$  が 2 点以上の点を固定するとき、すなわち、少なくとも 2 つの実数  $x_1, x_2$  ( $x_1 \neq x_2$ ) に対して  $f(x_1) = x_1$  かつ  $f(x_2) = x_2$  となるとき、任意の実数  $x$  に対して  $f(x) = x$  となることを示せ。