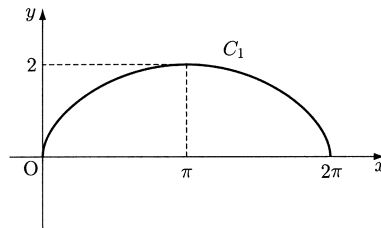




2012年工学部第4問

4 xy 平面上に、曲線 $C_1 : x = t - \sin t, y = 1 - \cos t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) がある。 $0 < t < 2\pi$ をみたす t に対し、 C_1 上の点 $P_1(t - \sin t, 1 - \cos t)$ における C_1 の法線を m とおき、 x 軸と m の交点を M とし、 M が線分 P_1P_2 の中点になるように点 P_2 をとる。このとき、以下の問いに答えよ。



- (1) 直線 m の方程式を求めよ。また、 M, P_2 の座標を t を用いて表せ。さらに、 P_2 の x 座標を $f(t)$ とおくと、関数 $f(t)$ は、 $0 < t < 2\pi$ で増加することを示せ。
- (2) t が $0 \leq t \leq 2\pi$ の範囲を動くときの P_2 の軌跡を C_2 とするとき、 x 軸と曲線 C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。ただし、 $t = 0, 2\pi$ に対しては、点 P_2 をそれぞれ点 $(0, 0)$ 、点 $(2\pi, 0)$ にとるものとする。