



2016年工学部第4問

4 複素数 z は、以下に述べる規則 (i), (ii) にしたがって、1 秒ごとに値が変化していくものとする。ただし、 i を虚数単位として、 $\alpha = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$ とおき、 $n = 0, 1, 2, \dots$ について、時刻 n 秒での z の値を z_n とおく。

(i) $z_0 = 1$ とする。

(ii) z の値は、時刻 $n+1$ 秒において、確率 $\frac{1}{2}$ で $z_{n+1} = \alpha z_n$ に、確率 $\frac{1}{2}$ で $z_{n+1} = \alpha^{-1} z_n$ に変化する。

$m = 1, 2, 3, \dots$ について、 $z_{2m} = \alpha^2$ となる確率を p_m 、 $z_{2m} = 1$ となる確率を q_m とおくと、以下の問いに答えよ。

- (1) $z_{2m} = -1$ となる確率を求めよ。
- (2) q_m を、 p_m を用いて表せ。
- (3) p_m を求めよ。
- (4) $z_n = 1$ となる確率を求めよ。