



2018年 医学部 第2問

2 実数から実数への関数 $f(x)$ は、次の2つの条件を満たす。

- 任意の実数 x, y に対して、 $|f(x) - f(y)| = |x - y|$
- x が整数のとき、 $f(x)$ も整数

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ はどの値も固定しない、すなわち、任意の実数 x に対して $f(x)$ は x と異なるとき、 $f(x) = x + n$ (n は0以外の整数) となることを示せ。
- (2) $f(x)$ が1点 x_0 のみを固定するとき、すなわち、ただ1つの実数 x_0 に対して $f(x_0) = x_0$ となるとき、 x_0 を $f(0)$ を用いて表せ。
- (3) $f(x)$ が2点以上の点を固定するとき、すなわち、少なくとも2つの実数 x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$) に対して $f(x_1) = x_1$ かつ $f(x_2) = x_2$ となるとき、任意の実数 x に対して $f(x) = x$ となることを示せ。