

2012年工学部第2問

2 四面体 $OABC$ は $OA = 1$, $OB = \sqrt{15}$, $OC = 2$, $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$, $\angle AOC = \frac{\pi}{3}$ を満たしている. 線分 OA と OB を $s : 1 - s$ ($0 < s < 1$) に内分する点をそれぞれ P , Q とし, $\triangle CPQ$ の重心を G とする. $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$, $\angle BOC = \theta$ ($0 < \theta < \pi$) として, 次に答えよ.

(1) ベクトル \vec{OG} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} と s を用いて表せ.

(2) ベクトル \vec{OG} は平面 ABC に垂直であるとする.

(a) s と $\cos \theta$ の値を求めよ.

(b) 線分 OG と BC の長さ, および $\angle BAC$ を求めよ.

(c) 四面体 $OABC$ の体積 V を求めよ.