

2014年工学部第1問

1 空間において1点 O を固定し、 O に関する位置ベクトルが \vec{p} である点 P を $P(\vec{p})$ で表す。4点 O , $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ を頂点とする四面体 $OABC$ において、線分 OA , OB , BC を $s:1-s$ ($0 < s < 1$)に内分する点をそれぞれ D , E , F とする。また、3点 A , B , C の定める平面を α とし、 $\vec{h} = \vec{a} - \frac{9}{16}\vec{b} + \frac{9}{16}\vec{c}$ を位置ベクトルとする平面 α 上の点を $H(\vec{h})$ とする。 $OA = AB = 3$, $OB = 3\sqrt{2}$, $OC = BC = 4$, $AC = 5$ として、次に答えよ。

- (1) ベクトル \vec{DE} , \vec{DF} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} および s を用いて表せ。また、内積 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ を求めよ。
- (2) 線分 OH の長さを求めよ。
- (3) 3点 D , E , F の定める平面が点 H を通るときの s の値を求めよ。
- (4) s を(3)で求めた値とするとき、四面体 $O AFC$ の体積 V を求めよ。