

2013年第5問

5 数列 a_1, a_2, \dots, a_n は、1 から $2n - 1$ までの異なる n 個の奇数を並べかえたものである。また、数列 b_1, b_2, \dots, b_n は、2 から $2n$ までの異なる n 個の偶数を並べかえたものである。 $S_n = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$ とするとき、次の問いに答えよ。ただし、 n は 3 以上の整数とする。

(1) $n = 3$ であり、 $b_1 = 4, b_2 = 6, b_3 = 2$ のとき、 S_3 を最大にする a_1, a_2, a_3 を求めよ。

(2) $\sum_{k=1}^n 2ka_k + \sum_{k=1}^n \frac{(a_k - 2k + 1)^2}{2}$ を n を用いて表せ。

(3) $b_k = 2k$ ($k = 1, 2, 3, \dots, n$) とする。 S_n を最大にする a_k を k を用いて表せ。