

2014年理系1第6問

6 原点を O とする座標平面上に点 $A(1, 0)$, $B(0, -1)$ をとる. 点 $(\frac{1}{2}, 0)$ を中心とする半径 $\frac{1}{2}$ の円 C を考える. C 上の点で, 第1象限にある点を P とし, $\angle POA = \theta$ とする.

(1) $\angle OPA = \frac{\pi}{\text{ケ}}$ であり, $\triangle POA = \frac{1}{\text{コ}} \sin \theta \cos \theta$ である.

(2) 四辺形 $OBAP$ の面積は $\frac{1}{\text{サ}} + \frac{1}{\text{シ}} \sin 2\theta$ である.

(3) $\triangle POB = \frac{1}{\text{ス}} + \frac{1}{\text{セ}} \cos 2\theta$ である.

(4) $\triangle PBA$ の面積を S とすると, $S = \frac{1}{\text{ソ}} + \frac{\sqrt{\text{タ}}}{\text{チ}} \sin\left(2\theta - \frac{\pi}{\text{ツ}}\right)$ であり, S は $\theta = \frac{\text{テ}}{\text{ト}} \pi$

で最大値 $\frac{1 + \sqrt{\text{ナ}}}{\text{ニ}}$ をとる.