

2014年理系2第5問

5 原点を  $O$  とする座標平面において、次の極方程式で表される2つの曲線を考える。

$$r = f(\theta) = 3\cos\theta, \quad r = g(\theta) = 1 + \cos\theta$$

ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$  とする。また、極座標が  $(f(\theta), \theta)$ 、 $(g(\theta), \theta)$  である点をそれぞれ  $P$ 、 $Q$  とする。

(1) 点  $P$  は、中心が直角座標で  $\left(\frac{\text{ア}}{\text{イ}}, \text{ウ}\right)$  であり、半径が  $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$  である円の周上を動く。

(2) 点  $P(f(\theta), \theta)$  と点  $Q(g(\theta), \theta)$  の間の距離は  $\theta = \frac{\pi}{\text{カ}}$  および  $\frac{\text{キ}}{\text{ク}}\pi$  のとき最小値  $\text{ケ}$  をとり、 $\theta = \text{コ}$  のとき最大値  $\text{サ}$  をとる。

(3) 線分  $PQ$  の中点が原点  $O$  となる時、点  $P$  の直角座標は  $\left(\frac{\text{シ}}{\text{スセ}}, \pm \frac{\text{ソ}}{\text{ツテ}} \sqrt{\text{タチ}}\right)$  である。