# お茶の水女子大学

2012年 理（数学科） 第2問

$\boxed{2}$ $a,\ b$を実数とし，$a < b$とする．関数$f(x)$は閉区間$[a,\ b]$で連続，開区間$(a,\ b)$で少なくとも2回まで微分可能で，$f''(x) \geqq 0$とする．以下の問いに答えよ．

(1) $a < c < b$とする．$y = g(x)$を点$(c,\ f(c))$における$f(x)$の接線とする．$a \leqq x \leqq b$のとき$g(x) \leqq f(x)$を示せ．

(2) $y = h(x)$を，$(a,\ f(a))$，$(b,\ f(b))$の2点を通る直線とする．$a \leqq x \leqq b$のとき$f(x) \leqq h(x)$を示せ．

(3) $a < c < b$とする．

$$\frac{1}{2}(b-a)\left(f'(c)(a+b-2c)+2f(c)\right) \leqq \int_a^b f(x)\,dx \leqq \frac{1}{2}(f(a)+f(b))(b-a)$$

を示せ．

(4)

$$\frac{\pi}{2}e^{-\frac{1}{\sqrt{2}}} \leqq \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\cos x}\,dx \leqq \frac{\pi}{4}\left(1+\frac{1}{e}\right)$$

を示せ．